

SCUOLA SUPERIORE DI CATANIA
CONCORSO DI AMMISSIONE AL I ANNO DEI CORSI ORDINARI DI PRIMO
LIVELLO E A CICLO UNICO A.A. 2025-2026

CLASSE DELLE SCIENZE SPERIMENTALI

PROVA DI FISICA - Tema 3

Soluzione Esercizio n. 1

La corretta seconda legge di Newton è

$$\mathbf{F} = \frac{d\mathbf{p}}{dt}$$

dove

$$\mathbf{F} = M(t)\mathbf{g}$$

è la forza peso, mentre

$$\mathbf{p}(t) = M(t)\mathbf{v}$$

è la quantità di moto. Ne segue che

$$M(t)\mathbf{g} = \frac{d}{dt}(M(t)\mathbf{v}) = M(t)\frac{d\mathbf{v}}{dt} + \frac{dM}{dt}(t)\mathbf{v}(t)$$

Lavorando lungo l'asse del moto

$$-Mg = \frac{dv}{dt} + \frac{dM}{dt}v$$

ed osservando che

$$\frac{dM}{dt} = -\frac{M_0}{\tau}e^{-t/\tau} = -\frac{M}{\tau}$$

si ottiene

$$\frac{dv}{dt} = \frac{1}{\tau}(v - g\tau)$$

Questa è una equazione differenziale ordinaria del primo ordine rispetto all'incognita $v(t)$. Per trovare la soluzione, conviene introdurre la velocità traslata

$$\tilde{v}(t) = v(t) - g\tau$$

Essa è tale che

$$\frac{d\tilde{v}}{dt} = \frac{1}{\tau}\tilde{v}$$

la cui soluzione, dopo aver utilizzato la separazione delle variabili, risulta essere

$$\tilde{v}(t) = \tilde{v}(0)e^{t/\tau}.$$

Ne segue subito che

$$v(t) = g\tau + (v_0 - g\tau)e^{t/\tau}.$$

Se $v_0 > g\tau$ la velocità limite è $v(t = +\infty) = +\infty$; se $v_0 = g\tau$ la velocità è costante per tutti i tempi e la velocità limite è $v(t = +\infty) = v_0$; se $v_0 < g\tau$ la velocità limite è $v(t = +\infty) = -\infty$.

Soluzione Esercizio n. 2

Scriviamo il differenziale dell'energia interna

$$dE = \frac{3}{2}nR dT$$

Dalla prima legge della termodinamica si ha

$$dE = dQ - P dV \Rightarrow dQ = dE + P dV$$

dove Q è il calore, P la pressione e V il volume. Sostituendo l'espressione di dE , otteniamo

$$dQ = \frac{3}{2}nR dT + P dV$$

L'entropia è definita come:

$$dS = \frac{\delta Q_{\text{rev}}}{T} = \frac{1}{T} \left(\frac{3}{2}nR dT + P dV \right)$$

Usando l'equazione di stato del gas perfetto $P = \frac{nRT}{V}$, si ha:

$$dS = \frac{1}{T} \left(\frac{3}{2}nR dT + \frac{nRT}{V} dV \right) = \frac{3}{2}nR \frac{dT}{T} + nR \frac{dV}{V}$$

Integrando entrambi i termini

$$S(T, V) = \int dS = \int \left(\frac{3}{2}nR \frac{dT}{T} + nR \frac{dV}{V} \right)$$

si ottiene infine

$$S(T, V) = \frac{3}{2}nR \ln T + nR \ln V + \text{costante}$$

Soluzione Esercizio n. 3

L'energia di un fotone di lunghezza d'onda λ e frequenza lineare ν è data da

$$\varepsilon = h\nu = h \frac{c}{\lambda}$$

dove

$$h = 6.63 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$$

è la costante di Planck. Nel nostro problema abbiamo

$$\varepsilon = h \frac{c}{\lambda} = 6.62 \cdot 10^{-34} \text{ J s} \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{6 \cdot 10^3 \cdot 10^{-10} \text{ m}} = 3.3 \cdot 10^{-18} \text{ J}$$

Durante il periodo $\Delta t = 4 \text{ s}$ l'energia della dispositivo con potenza $P = 10 \text{ W}$ è

$$E = P \Delta t = 10 \text{ J/s} \cdot 4 \text{ s} = 40 \text{ J}$$

L'energia di radiazione è invece

$$E_{\text{rad}} = E \cdot 10\% = E \cdot \frac{1}{10} = \frac{40}{10} \text{ J} = 4 \text{ J}$$

Conseguentemente il numero di fotoni emessi risulta

$$N = \frac{E_{rad}}{\varepsilon} = \frac{4 J}{3.3 \cdot 10^{-19} J} = 1.2 \cdot 10^{18}$$

Soluzione Esercizio n. 4

La seconda legge di Newton per questo problema è

$$m_e \mathbf{a} = -e \mathbf{E} - \frac{m_e}{\tau} \mathbf{v}$$

In condizioni stazionarie, dove $\mathbf{a} = \mathbf{0}$, otteniamo la velocità di deriva

$$\mathbf{v}_d = -\frac{e\tau}{m_e} \mathbf{E} .$$

La prima legge di Ohm ci dice che

$$V = R I$$

dove V è la differenza di potenziale elettrico, R è la resistenza elettrica e I è l'intensità di corrente.

La seconda legge di Ohm ci dice che

$$R = \rho \frac{L}{S}$$

dove ρ è la resistività elettrica, L è la lunghezza del conduttore ed S è la sezione del conduttore. Ricordiamo anche che

$$dQ = e dN$$

dove dN un incremento infinitesimo nel numero di elettroni mentre

$$n = \frac{dN}{S dx}$$

Ne segue che

$$\frac{V}{L} = \rho \frac{I}{S} = \frac{1}{\sigma} \frac{1}{S} \frac{dQ}{dt} = \frac{1}{\sigma} \frac{1}{S} \frac{e dN}{dt} = \frac{1}{\sigma} e \frac{dN}{S dx} \frac{dx}{dt} = \frac{1}{\sigma} e n v_d = \frac{1}{\sigma} \frac{ne^2 \tau}{m_e} E$$

Dato che $E = V/L$, per consistenza deve essere

$$\sigma = \frac{ne^2 \tau}{m_e}$$